

Neuartige Modelle für die Steggrenztragfähigkeit in Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung

R. Rojek, R. Romer, T. Keller

In der durch die *Regionale High-Tech-Offensive Bayern* geförderten Stahlbetonanalyse 21, Teil 1, [1], werden an Hand von umfangreichen Auswertungen dokumentierter Versuche die Rissentwicklung in Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung aufgezeigt und daraus physikalisch begründete Tragmodelle abgeleitet. Danach kann sich der kritische Stegriss bis zum Versagen des Tragwerks in sieben klar abgrenzbaren Stufen entwickeln. Im vorliegenden Beitrag werden zwei Tragmodelle und mögliche Bemessungsansätze für die Grenztragfähigkeiten in Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung auf Zug sowie auf Druck entwickelt, die den letzten beiden Rissstufen entsprechen. Es ist zu beachten, dass die hier beschriebenen Grenztragfähigkeiten in dieser Form nur bei Tragwerken ohne Stegbewehrung, die im Allgemeinen Rechteckquerschnitte aufweisen, zu erwarten sind.

Innovative designs of ultimate carrying capacities of reinforced concrete structures without web reinforcement

Abstract The “Analysis 21 of Reinforced Concrete, Part 1”, [1], which was sponsored by the *Regional High-Tech-Offence of Bavaria*, with help of extensive evaluations of documented tests shows the stepwise increasing of cracks in reinforced concrete structures without web reinforcement and by that load capacity models are derived. Accordingly, until failure the critical web crack develops in seven clearly different steps. In this paper there are introduced two load capacity models and possible design valuations for the ultimate carrying capacity in reinforced concrete structures without web reinforcement for tension as well as for pressure, which compare to the last two steps of crack developing. It must be regarded, that these described ultimate carrying capacities in this way can only be awaited at structures without web reinforcement, which normally show rectangular cross sections.

1. Theoretische Grundlagen für die Grenztragfähigkeit auf Zug

Nach [1] beschreibt die sechste Stegrissstufe den Zustand, in dem sich der kritische Stegriss über mehrere Rissfelder entwickelt hat. Der Stegbereich unterhalb des gesamten Stegrisses weist nun keinen Kraftschluss mehr auf mit dem darüber befindlichen Druckgurt. Der verbleibende Stegbereich unterhalb des betrachteten Risses bildet jedoch gemeinsam mit dem Zuggurt ein Teiltragsystem (Subsystem), das über den Biegezuggurt als relativ leistungsfähiges Verbundsystem mit dem übrigen, auflagernahen Bereich des Tragsystems kraftschlüssig verbunden ist. Bei diesem Teiltragsystem, das im *Bild 1* blau unterlegt wurde, handelt es sich um einen Biegebalken mit veränderlicher Höhe, dem der Biegezuggurt im Kreuzungspunkt mit dem kritischen Stegriss ein Auflager bietet.

In diesem Zustand II.6 kann man nun näherungsweise davon ausgehen, dass der zwischen den kritischen Stegrissen einwirkende Anteil der Belastung diesem Teiltragsystem zugeordnet werden kann, vgl. *Bild 1*. Der Belastungsanteil, der im Bereich des kritischen Stegrisses wirkt, wird über ein kombiniertes Bogen-Sprengwerksystem direkt zum Auflager abgetragen.

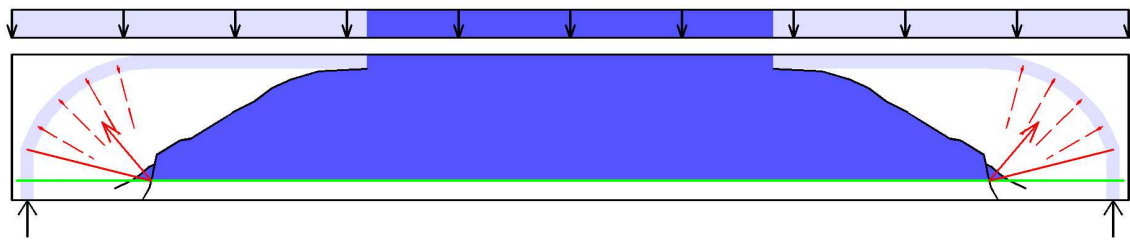


Bild 1: Subsystem im Zustand II.6

Die Auflagerkraft des dunkelblau dargestellten Subsystems wird - bevor die nächste Stufe der Rissentwicklung beginnt - hinter dem kritischen Riss hoch gehängt und gewährleistet die Umlenkkräfte für den Biegedruckgurt, der hier im Endauflagerbereich („D_e-Bereich“) in Richtung Auflager - genauer: zum „Dreipunkt“ über dem Auflager, vgl. [1] - geleitet wird. In diesem Stadium verschmilzt der versagende Biegebereich mit der Tragwirkung des D_e-Bereichs. Es muss jedoch an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass die hier vorgestellten Zusammenhänge für den Zustand II.6 ausschließlich für Biege- und D_e-Bereiche von frei drehbar gelagerten Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung gelten. Die Zusammenhänge in anderen D-Bereichen sollen in weiteren Veröffentlichungen vorgestellt werden.

Maßgebend für die Tragfähigkeit in diesem Zustand ist also der Auflagerbereich des Subsystems. Er muss in der Lage sein, die im Rissbereich auf den Zuggurt einwirkende Vertikalkraftkomponente hoch zu hängen. Diese Tragwirkung wird begrenzt durch die Zugfestigkeit des Systems in diesem Bereich, wobei angenommen werden kann, dass die Zugtragfähigkeit im Bereich der Wirkungszone der Längsbewehrung über deren Verbundwirkung und durch Querdruckspannungen in Folge der Zugkrafteinleitung am Riss in den Beton günstig beeinflusst wird. Dieser Tragwirkung überlagert sich zusätzlich die Fähigkeit des Verbundzuggurtes, Lasten auf Grund seiner Biegesteifigkeit weiter leiten zu können. Diese überlagerten Tragwirkungen sind bedingt vergleichbar mit dem Modell des elastisch gebetteten Balkens. Die „elastische Bettung“ wird im vorliegenden Fall gebildet aus der (zunächst noch) zugfesten Verbindung des Zuggurts mit dem darüber liegenden Stegbereich, wobei das Maß der Zugfestigkeit dieser Verbindung wohl auch von der Längsbewehrung beeinflusst wird.

Zusätzlich zur Rückhängung bildet sich in diesem Zustand noch ein zum „Dreipunkt“ gerichteter Zuggurt, der nach den in [1] durchgeführten Untersuchungen etwa drei Achtel der Auflagerkraft des Subsystems aufnimmt. Diese Zugstrebe befindet sich bei den in Versuchen üblichen Abmessungen meistens noch in der Wirkungszone der randparallel verlaufenden Biegezugbewehrung und weist daher in der Regel keine Versagenskriterien auf. Für die Umlenkung des Druckgurts werden demnach nur etwa fünf Achtel der Querkraft am kritischen Riss in Anspruch genommen.

2. Bemessungsmodell für die Grenztragfähigkeit auf Zug

Im Folgenden wird nun ein erster Ansatz zur Berechnung der Tragfähigkeit eines Tragwerks im Zustand II.6 vorgestellt. Da jedoch die aus der Literatur vorliegenden Versuchsergebnisse keine detaillierten Rückschlüsse über die im Einzelnen maßgebenden Einflussparameter auf die Rissbildung im Zustand II.6 ermöglichen, kann dieser Ansatz nur als erste Abschätzung gesehen werden. Um genauere Berechnungsansätze entwickeln zu können, müssten mehr Erkenntnisse insbesondere über die Tragfähigkeit des Zuggurtes vorliegen. Hier besteht somit noch weiterer Forschungsbedarf.

Zur Abschätzung der Tragfähigkeit eines Tragwerks wird unterstellt, dass die Auflagerkraft des Subsystems $V_{Ed,w6}$ von der Biegezugbewehrung und von der Rissverzahnung im ersten Rissabschnitt über den Fußbereich des kritischen Stegrisses geleitet und vom Verbundquerschnitt des Zuggurtes aufgenommen und hoch gehängt wird und somit das Gleichgewicht für die Umlenkung der Druckstrebe des Biegedruckgurtes ermöglicht. Weiterhin wird angenommen, dass die Biegezugstrebe ab dem kritischen Riss nach oben zum Dreieckspunkt schwenkt, vgl. [1], und damit $3/8$ der Auflagerkraft des Subsystems $V_{Ed,w6}$ abträgt. Damit ergibt sich ein Kräfteverlauf entsprechend *Bild 2*.

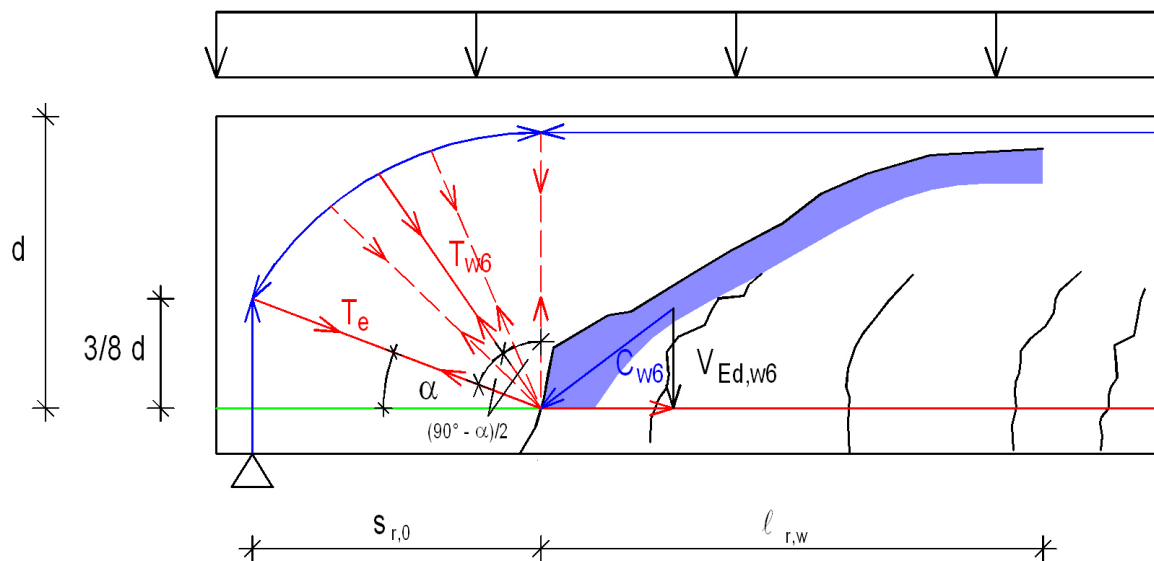


Bild 2: Kräfteverlauf im Zustand II.6

Es wird nun davon ausgegangen, dass die Resultierende der Umlenkkräfte T_{w6} in der Winkelhalbierenden der Zugzone oberhalb der um den Winkel α nach oben geschwenkten Zugstrebe T_e liegt, siehe *Bild 3*. Sie übernimmt dann $5/8$ der Auflagerkraft des Subsystems $V_{Ed,w6}$ und errechnet sich zu

$$T_{w6} = \frac{\frac{5}{8} V_{Ed,w6}}{\cos\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right)} \quad (1).$$

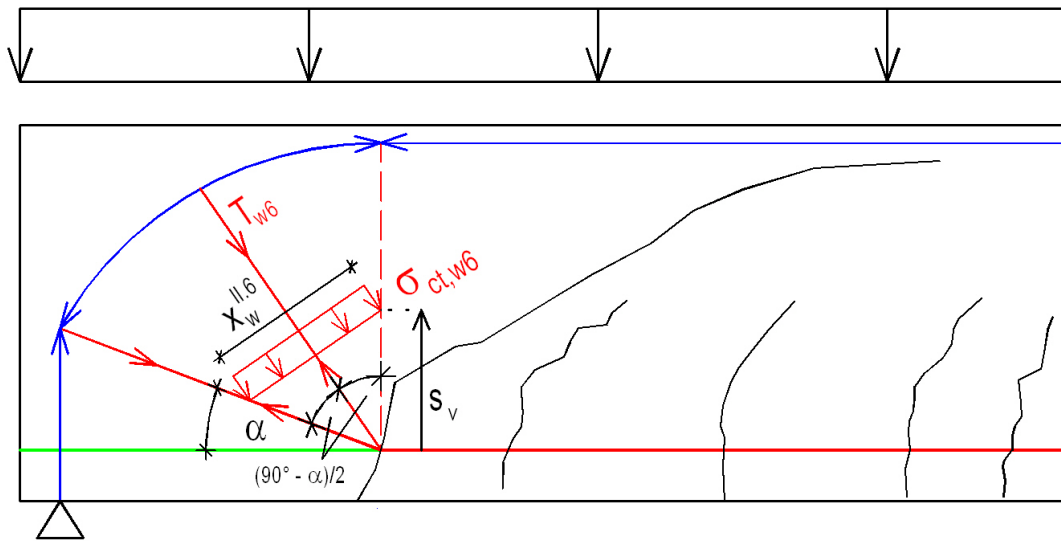


Bild 3: Bezeichnungen für den Zustand II.6

Aus der Geometrie ergibt sich für die Breite der Zugzone $x_w^{\text{II.6}}$ in Abhängigkeit vom Abstand s_v des oberen Rissansatzpunktes von der Bewehrung:

$$x_w^{\text{II.6}}(s_v) = 2 \cdot s_v \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \quad (2)$$

Bei Annahme einer gleichmäßig verteilten Zugspannung über diese Breite folgt dann:

$$\sigma_{\text{Ed,ct,w6}}(s_v) = \frac{T_{w6}}{x_w^{\text{II.6}}(s_v) \cdot b_w} = \frac{5}{16} \cdot \frac{V_{\text{Ed,w6}}}{b_w \cdot s_v \cdot \cos\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right)} \quad (3)$$

Zur Berechnung der aufnehmbaren Auflagerkraft des Subsystems $V_{\text{Rd,ct,w6}}$ ist diese Gleichung umzustellen und es folgt:

$$V_{\text{Rd,ct,w6}}(s_v) = \frac{16}{5} \cdot b_w \cdot s_v \cdot \cos\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot \alpha_t \cdot f_{\text{ctd,w}} \quad (4)$$

Hierbei stellt α_t einen Verbundbeiwert dar, der den Zug versteifenden Einfluss der Bewehrung auf den Beton im bewehrungsnahen Bereich erfassen soll.

Zur Bestimmung dieses Verbundbeiwertes, der auch eine Verbundwirkung rechtwinklig zur Bewehrung erfassen muss, ist in Zukunft sicherlich noch einige Forschungsarbeit zu leisten. Hier wird vereinfachend angenommen, dass sich dieser Verbundbeiwert aus zwei Anteilen zusammensetzt:

$$\alpha_t = \alpha_{sv} \cdot \alpha_b \quad (5)$$

Der Beiwert α_{sv} soll das Versteifungsverhalten in Abhängigkeit vom Abstand des betrachteten Schnittes von der Bewehrung erfassen. Näherungsweise wird hier ein in radialer Richtung hyperbolisch abnehmender Verlauf der Versteifungswirkung angesetzt - dies entspricht einer umgekehrt proportionalen Funktion zum Abstand s_v von der Bewehrung ($1/s_v$). Der Einflussbereich der Bewehrung wird hier, auf Grund der in [1] beschriebenen günstigen Wirkung der radialen Druckspannungen um die Bewehrungsstäbe in Folge der Krafteinleitung neben den Biegerissen und der damit korrespondierenden, in *Tabelle 1* zusammen gestellten Ergebnisse einer Untersuchung der von *Leonhardt* und *Walther* in [2] vorgestellten Balkenserien, zu $1,0 \cdot (h - d) = d_1$ oberhalb der Bewehrung gewählt. Die-

ser Ansatz kann jedoch noch nicht als hinreichend abgesichert betrachtet werden. Eine ganz andere Charakteristik weisen zum Beispiel die von *Rüsch*, *Haugli* und *Mayer* in [3] vorgestellten Balken der Serie BO auf. Hierbei ist jedoch zu bedenken, dass es sich bei diesen Balken bezüglich ihrer Geometrie um relativ gedrungene Balken ($\lambda / d = 7,2$) handelt. Es wird hier also, da keine genaueren Erkenntnisse vorliegen, als erste Näherung, auch in Anlehnung an die DIN 1045-1 [4], der oben gewählte Ansatz von $1,0 \cdot d_1$ zu Grunde gelegt. Nach DIN 1045-1 [4], in der die Höhe des Wirkungsbereichs der Bewehrung im Zusammenhang mit der Bestimmung der Rissbreiten mit $h_{\text{eff}} = 2,5 \cdot d_1$ angegeben ist, würde sich eigentlich die Annahme des Einflussbereichs oberhalb der Bewehrung auf eine Höhe von $1,5 \cdot d_1$ anbieten. Dies bestätigt die Auswertung in *Tabelle 1* jedoch nicht. Außerdem ist zu beachten, dass der Wert in der DIN 1045-1 [4] für den Einfluss der Bewehrung in Längsrichtung anzusetzen ist, hier handelt es sich jedoch um einen Einfluss schräg zur Bewehrung, so dass das Maß $1,0 \cdot d_1$ plausibler erscheint als $1,5 \cdot d_1$. Bei größerem Abstand von der Bewehrung als $1,0 \cdot d_1$ wird davon ausgegangen, dass diese dort keinen Einfluss mehr auf die Zugfestigkeit des Betons hat.

In *Tabelle 1* sind die Abstände der oberen Rissansatzpunkte vom Bewehrungsschwerpunkt und die sich daraus ergebenden Verhältnisse zum Achsabstand der Bewehrung zum Rand, d_1 , für die von *Leonhardt* und *Walther* in [2] vorgestellten Balken dargestellt. Es sind nur Balken mit Rissen, die klar den Zugspannungen im Zustand II.6 zugeordnet werden können, aufgeführt. Da der Einflussbereich der Bewehrung nur vom örtlichen Verbundverhalten zwischen Bewehrung und Beton abhängt und nicht vom Tragverhalten des Gesamtsystems, wurden, um eine größere Anzahl an Messergebnissen zu erhalten, auch die Balken ausgewertet, die eigentlich nicht dem Biegebereich zuzuordnen sind. Es ergibt sich ein mittlerer Verhältniswert bezogen auf d_1 von ca. 0,99, was mit der oben gewählten Näherung mit dem Ansatz von $1,0 \cdot d_1$ gut korrespondiert.

Balken	Seite	Betondeckung $d_1 = (h - d)$ [cm]	Abstand s_v des Rissansatzpunktes [cm]	Verhältnis s_v / d_1
4	rechts	5,0	4,3	0,86
5	rechts	5,0	2,3	0,46
11/1	rechts	3,0	3,8	1,27
12/1	links	4,7	5,3	1,13
13/1	links	4,7	6,5	1,38
13/1	rechts	4,7	4,8	1,02
15/1	links	4,8	3,5	0,73
16/1	rechts	4,7	5,0	1,06
Mittelwert:				0,99

Tabelle 1: Auswertung der Balkenserien in [2] bezüglich der Rissansatzpunkte der Risse aus Zustand II.6

Somit wird α_{sv} zu

$$\begin{aligned} \alpha_{sv} &= \frac{d_1}{s_v} & \text{für} & \quad s_v \leq d_1 \\ \alpha_{sv} &= 1,0 & \text{für} & \quad s_v > d_1 \end{aligned} \quad (6) .$$

Der Beiwert α_b soll das Versteifungsverhalten in Abhängigkeit von der Bewehrungsart erfassen. Ein Beispiel für den Einfluss unterschiedlicher Bewehrungsarten (Durchmesser, Abstand usw.) stellen die von *Leonhardt* und *Walther* in [2] untersuchten Platten P 4, P 6 und P 7 dar. Allerdings lassen sich auf Grund von bislang noch fehlenden Forschungsarbeiten, die diese Einflüsse genauer untersuchen, ebenfalls keine genauen Angaben über diesen Beiwert machen. Im Folgenden wird dieser Beiwert deshalb zunächst vereinfachend zu $\alpha_b = 1,0$ gesetzt. In den allgemeinen Gleichungen wird er allerdings weiterhin als variabler Wert geführt.

Damit wird für $s_v \leq d_1$ aus Glg. (4):

$$V_{Rd,ct,w6}(s_v) = \frac{16}{5} \cdot b_w \cdot \cos\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w} \quad (7) .$$

Für $s_v > d_1$ ergibt sich aus Glg. (4):

$$V_{Rd,ct,w6}(s_v) = \frac{16}{5} \cdot b_w \cdot \cos\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot s_v \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w} \quad (8) .$$

Hier sieht man, dass für $s_v > d_1$ die zweite Gleichung linear zunimmt und immer größer als die erste ist. Somit wird also die erste Gleichung maßgebend und es folgt:

$$V_{Rd,ct,w6} = 3,2 \cdot b_w \cdot \cos\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right) \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w} \quad (9) .$$

Setzt man nun noch vereinfachend $\tan \alpha = 3/8$, folgt für die aufnehmbare Auflagerkraft des Subsystems im Zustand II.6 und damit für die Stegtragfähigkeit auf Zug:

$$V_{Rd,ct,w6} = 1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w} \quad (10) .$$

Auffällig an diesen Gleichungen ist, dass die statische Nutzhöhe, außer indirekt bei der Berechnung von d_1 , nicht eingeht. Das heißt, die Nutzhöhe hat direkt keinen Einfluss auf die Bemessungsquerkraft $V_{Rd,ct,w6}$. Dies scheint zunächst im Widerspruch zu stehen zu den diesbezüglichen empirisch gewonnenen Erkenntnissen, kann aber durchaus plausibel begründet werden. Wenn man bedenkt, dass $V_{Rd,ct,w6}$ nur den Bemessungswert der aufnehmbaren Auflagerkraft des Subsystems darstellt, und der Verlauf der Stegzugstrebe T_{w6} durch die hier angenommenen geometrischen Zusammenhänge im D_e -Bereich vorgegeben ist, so dass T_{w6} und damit auch $V_{Rd,ct,w6}$ unabhängig von der statischen Nutzhöhe d sind. Wird nun allerdings aus dem Wert dieser Auflagerkraft z. B. auf die aufnehmbare Auflast des Tragwerks zurückgerechnet, ist dies nur möglich über die Stegrissgeometrie, welche nun wieder, unter anderem, direkt von der Querschnittsgeometrie und damit auch von der statischen Nutzhöhe abhängt. Eine einfache, allgemein gültige Gleichung für diese aufnehmbare Bruchlast kann jedoch nicht aufgestellt werden, da sie einerseits die Rissgeometrie und das statische System sowie andererseits die Belastungsform erfassen müsste. Auf die Ausarbeitung verschiedener Abhängigkeiten für verschiedene statische Systeme und Belastungen wird jedoch verzichtet, da dies für jeden Einzelfall einfach durchgeführt werden kann. Für Normenregelungen müssten sinnvolle, vereinfachende Näherungen entwickelt werden.

Als weiterer, wichtiger Aspekt ist zu nennen, dass der Wert d_1 nicht völlig unabhängig von d ist, da zunehmende Bauhöhen meist auch zunehmende Stabdurchmesser mit entsprechenden Betondeckungen sowie oft auch mehrere Bewehrungslagen aufweisen. Dadurch nimmt mit zunehmendem d auch d_1 zu, aber natürlich nicht direkt proportional zu d .

3. Vergleich der Grenztragfähigkeit auf Zug mit Versuchsergebnissen

Im Folgenden werden nun als Beispiele die von *Leonhardt* und *Walther* in [2] vorgestellten Balken 11/1 bis 16/1 bezüglich ihrer Tragfähigkeit im Zustand II.6 nach der hier abgeleiteten Beziehung untersucht. Um diese Ergebnisse jedoch besser mit anderen Betrachtungsweisen vergleichen zu können, wird nicht die Auflagerkraft des Subsystems angegeben, sondern es wird daraus die aufnehmbare Querkraft im Abstand d vom Auflagerrand folgendermaßen berechnet.

Für einen Einfeldträger unter Gleichlast beträgt die Auflagerkraft des Subsystems entsprechend der obigen Definition:

$$V_{Ed,w6} = \left(\frac{1}{2} - (s_{r,0} + l_{r,w}) \right) \cdot (g + q)_d \quad (11)$$

Damit lässt sich die aufnehmbare Gleichlast eines Einfeldträgers im Zustand II.6 aus Glg. (10) berechnen zu:

$$(g + q)_{Rd,ct,w6} = \frac{1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w}}{\left(\frac{1}{2} - (s_{r,0} + l_{r,w}) \right)} \quad (12)$$

Daraus folgt für die aufnehmbare Bemessungsquerkraft im Abstand d vom Auflagerrand im Zustand II.6 $V_{Rd,ct,w6,x=d}$ (mit a = Auflagerbreite):

$$\begin{aligned} V_{Rd,ct,w6,x=d} &= \left(\frac{1}{2} - d - \frac{a}{2} \right) \cdot (g + q)_{Rd,ct,6} \\ &= \left(\frac{1}{2} - d - \frac{a}{2} \right) \cdot \frac{1,5 \cdot b_w \cdot d_1 \cdot \alpha_b \cdot f_{ctd,w}}{\left(\frac{1}{2} - (s_{r,0} + l_{r,w}) \right)} \end{aligned} \quad (13)$$

Bei der Berechnung werden für die geometrischen Größen $s_{r,0}$ und $\lambda_{r,w}$ die tatsächlichen Werte gemessen und angesetzt, und der Beiwert α_b wird, wie oben bereits beschrieben, zu 1,0 angenommen. Die Auflagerbreite a beträgt bei den betrachteten Balken 10,0 cm, der Stabdurchmesser d_s 26 mm. Der Tragwiderstand der Balken im Zustand II.6 im Abstand d vom Auflagerrand $V_{R,ct,w6,x=d}$ wird für $f_{ctd,w} = f_{ctk;0,95}$, $f_{ctd,w} = f_{ctm}$ und für $f_{ctd,w} = f_{ctk;0,05}$ ermittelt, wobei näherungsweise angenommen wurde: $f_{ck} = 0,8 \cdot \beta_w$. Die gemessenen Werte, die Ergebnisse und zusätzlich die tatsächlichen Bruchquerkräfte V_u sind in *Tabelle 2* zusammen gestellt.

Da es sich nach einem in [1] vorgestellten Rechenmodell bei den Balken 11/1 bis 13/1 um gedrungene Balken handelt ($\lambda / d < 10$), bei denen die Biegetragwirkung von einem Druckgewölbe mit Zugband überlagert wird, sind für diese Balken zusätzlich noch die entsprechend diesem Modell mit dem Faktor $[2,5 - 0,15 \cdot (\lambda / d)]$ erhöhten Tragwiderstände $V_{R,ct,w6,x=d} (\lambda / d)$ angegeben.

Eine Besonderheit bezüglich der Ermittlung der Stegrisslänge $\lambda_{r,w}$ stellt die linke Seite des Balkens 13/1 dar. Auf den ersten Blick erscheint hier der Stegriss länger zu sein als in *Tabelle 2* angegeben. Bei genauerer Betrachtung stellt man jedoch fest, dass der Riss,

kurz nachdem er die randparallele Richtung eingenommen hat, einen Versatz zur Balkenachse aufweist. Es wird daher angenommen, dass sich der kritische Stegriss nur bis zu diesem Versatz hin ausgebildet hat. Der anschließende versetzte Teil ist vermutlich erst durch den Bruch der Biegedruckzone als Ausbruch einer Scholle entstanden.

Balken	λ / d	$s_{r,0}$ [cm]	$\lambda_{r,w}$ [cm]	f_{ck} (= $0,8 \cdot \beta_w$) [MN/m ²]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei $f_{ctk;0,95}$ [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei f_{ctm} [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei $f_{ctk;0,05}$ [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ (λd) bei $f_{ctk;0,95}$ [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ (λd) bei f_{ctm} [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ (λd) bei $f_{ctk;0,05}$ [kN]	V_u Versuch [kN]
11/1 links	5,2	19,0	40,6	33,4	92,1	70,8	49,6	158,8	122,1	85,5	150,6
11/1 rechts	5,2	22,2	42,5	33,4	137,7	105,9	74,1	237,4	182,6	127,8	150,6
12/1 links	7,3	20,2	60,0	32,2	180,9	139,2	97,4	253,7	195,1	136,6	137,1
12/1 rechts	7,3	26,9	47,1	32,2	137,8	106,0	74,2	193,2	148,6	104,0	137,1
13/1 links	9,2	36,8	49,7	32,7	128,7	99,0	69,3	145,1	111,6	78,1	103,1
13/1 rechts	9,2	20,0	46,5	32,7	84,7	65,1	45,6	95,5	73,4	51,4	103,1
14/1 links	11,0	29,3	66,7	31,8	114,2	87,8	61,5				83,9
14/1 rechts	11,0	kein kritischer Stegriss									
15/1 links	14,7	27,9	83,7	33,6	105,5	81,1	56,8				80,0
15/1 rechts	14,7	kein kritischer Stegriss									
16/1 links	18,3	36,2	66,8	33,1	79,8	61,4	43,0				83,8
16/1 rechts	18,3	kein kritischer Stegriss									

Tabelle 2: Rechnerische Tragfähigkeit der Balken 11/1 bis 16/1 aus [2] im Zustand II.6

Wie aus der *Tabelle 2* hervorgeht, sind die tatsächlich erreichten Bruchquerkräfte bei den Balken 11/1, 12/1 und 13/1 oft größer als die rechnerisch ermittelten bei Ansatz der 95%-Fraktile als Betonzugfestigkeit ohne Erhöhung. Berücksichtigt man allerdings den Erhöhungsfaktor von $[2,5 - 0,15 \cdot (\lambda / d)]$, liegen die tatsächlich aufgenommenen Querkräfte überwiegend im Bereich zwischen den rechnerisch aufnehmbaren Querkräften bei Ansatz der 5%-Fraktile und der 95%-Fraktile. Dieses Ergebnis erscheint, unter Berücksichtigung der Streuung der Betonzugfestigkeiten und der hier getroffenen Vereinfachungen, durchaus plausibel. Bei den Balken 14/1 und 15/1 liegt der Wert der tatsächlichen Bruchlast aus dem Versuch im Bereich der rechnerisch ermittelten Bruchlast bei Ansatz der mittleren Betonzugfestigkeit. Beim Balken 16/1 dagegen ist die tatsächliche Bruchlast sogar noch etwas größer als die rechnerische Bruchlast bei Ansatz der 95%-Fraktile.

Die Ergebnisse für die Balken 11/1 bis 13/1, bei denen die ermittelten Bruchquerkräfte auf der linken und rechten Seite stark differieren, zeigen auch sehr deutlich, welchen starken Einfluss die Geometrie des Stegrisses auf die Tragfähigkeit im Zustand II.6 hat. Zum Beispiel ist auf der linken Seite des Balkens 13/1 der Stegriss sehr stark ausgeprägt ($\lambda_{r,w} = 49,7$ cm) und relativ weit vom Auflager entfernt ($s_{r,0} = 36,8$ cm), so dass sich, da im Zustand II.6 nur die Auflagerkraft des Subsystems maßgebend ist, welches hier durch die Stegrissgeometrie eine geringere Lasteinzugsfläche hat, relativ große Tragfähigkeiten ergeben. Auf der rechten Seite dagegen beginnt der Stegriss näher am Auflager ($s_{r,0} = 20,0$ cm) und ist nicht so stark ausgeprägt ($\lambda_{r,w} = 46,5$ cm), so dass sich deutlich geringere Tragfähigkeiten im Zustand II.6 einstellen. Nach den hier ermittelten Tragfähigkeiten müsste der Träger also auf der rechten Seite versagen. Er hat allerdings auf der linken Seite versagt, was nur den Schluss zulässt, dass der Zustand II.6 auf der rechten Trägerseite nicht der

für die Tragfähigkeit maßgebende Zustand sein kann, sondern der nachfolgende Zustand II.7.

4. Theoretische Grundlagen für die Grenztragfähigkeit auf Druck

Die siebte Stegrissstufe, im Folgenden als Zustand II.7 bezeichnet, beschreibt nach [2] denjenigen Zustand, in dem ein kritischer Stegriss vollständig ausgebildet und der Zuggurt zwischen dem Beginn des kritischen Stegrisses und dem Auflager durch mehrere relativ flach verlaufende Risse vom Steg getrennt ist. Er kann entstehen, nachdem die zuvor beschriebene Grenztragfähigkeit auf Zug erreicht wurde. In diesem Fall steht vom Auflager bis zum Endpunkt des kritischen Stegrisses kein System mehr zur Verfügung, das ein Gleichgewicht herstellen könnte zwischen den sich verändernden Biegezug- und -druckkräften aus dem veränderlichen Biegemoment. Es kann sich somit in diesem Bereich kein Spannungszustand mit veränderlichen Biegemomenten mehr einstellen. Da jedoch der Zuggurt noch funktionsfähig ist, versucht das System, ein Sprengwerk auszubilden, indem sich von der Druckzone über dem Endpunkt des kritischen Stegrisses eine geneigte Druckstrebe zum Auflager ausbildet, vgl. *Bild 4*.

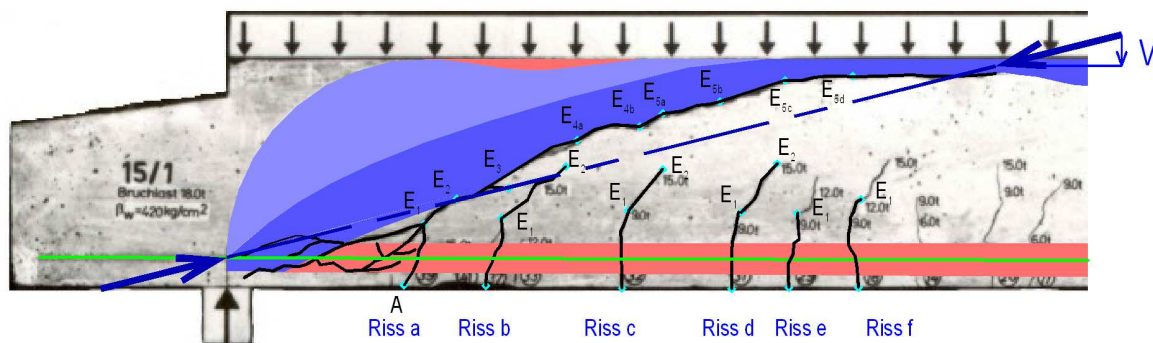


Bild 4: Ausschnittsvergrößerung des Balkens 15/1 aus [2] im Zustand II.7, mit Druckstrebe

Der direkte Kraftfluss der geneigten Druckstrebe des Sprengwerks ist auf Grund des gekrümmt oder polygonal verlaufenden, kritischen Stegrisses in der Regel nicht möglich. Die verbleibende Druckzone wird mehr oder weniger exzentrisch beansprucht, vgl. *Bild 4*. An der Wurzel des kritischen Stegrisses weist die über dem Stegriss liegende Druckzone Kontinuität mit der benachbarten Zone des Druckgurts auf und ist mit dieser biegesteif verbunden. Dieser Bereich wird also an der Stelle mit dem kleinsten Querschnitt zusätzlich zu den sehr hohen Druckspannungen des Primärsystems mit sekundären Biegemomenten in Folge der Exzentrizität und der Umlenkung der Druckkraft beansprucht. Die Druckzone versagt daher i. d. R. an dieser Stelle. Danach steht kein weiteres Ersatzsystem mehr zur Verfügung. Unter bestimmten geometrischen Voraussetzungen kann es allerdings auch vorkommen, dass die rechnerische Tragfähigkeit im Zustand II.7 kleiner ist als die zuvor beschriebene Grenztragfähigkeit auf Zug. In solchen Fällen weist der Querschnitt zwar dieselben Versagensmechanismen auf, es ist jedoch im Zustand II.7 keine Tragfähigkeitssteigerung gegenüber der Grenztragfähigkeit im Zustand II.6 mehr möglich.

In Fällen, in denen der kritische Stegriss eine ausgeprägte Krümmung aufweist, ist die aus der geneigten Druckstrebe entstehende Exzentrizität besonders stark ausgebildet. Dadurch können an der Oberseite der ursprünglichen Druckzone so große Biegezugspannungen ent-

stehen, dass sich auch hier Risse bilden. Dieses mögliche Versagenskriterium wird jedoch an dieser Stelle nicht weiter verfolgt.

5. Bemessungsmodell für die Grenztragfähigkeit auf Druck

Im Zustand II.7 bildet sich, wie beschrieben, ein Sprengwerk mit einer geneigten Druckstrebe vom Endpunkt des kritischen Stegrisses zum Auflager aus (siehe *Bild 6*). In den folgenden Berechnungsansätzen wird vorausgesetzt, dass die Bewehrung hinter dem Schnittpunkt mit dieser Druckstrebe über dem Auflager noch ausreichend verankert ist, um die durch die Druckstrebe eingeleitete Horizontalkraftkomponente aufnehmen zu können. Tragwerke, die diese Voraussetzung nicht erfüllen, versagen sofort vollständig, nachdem die zuvor beschriebene Grenztragfähigkeit auf Zug erreicht wurde. *Bild 5* zeigt ein Beispiel für diesen Versagensmechanismus.

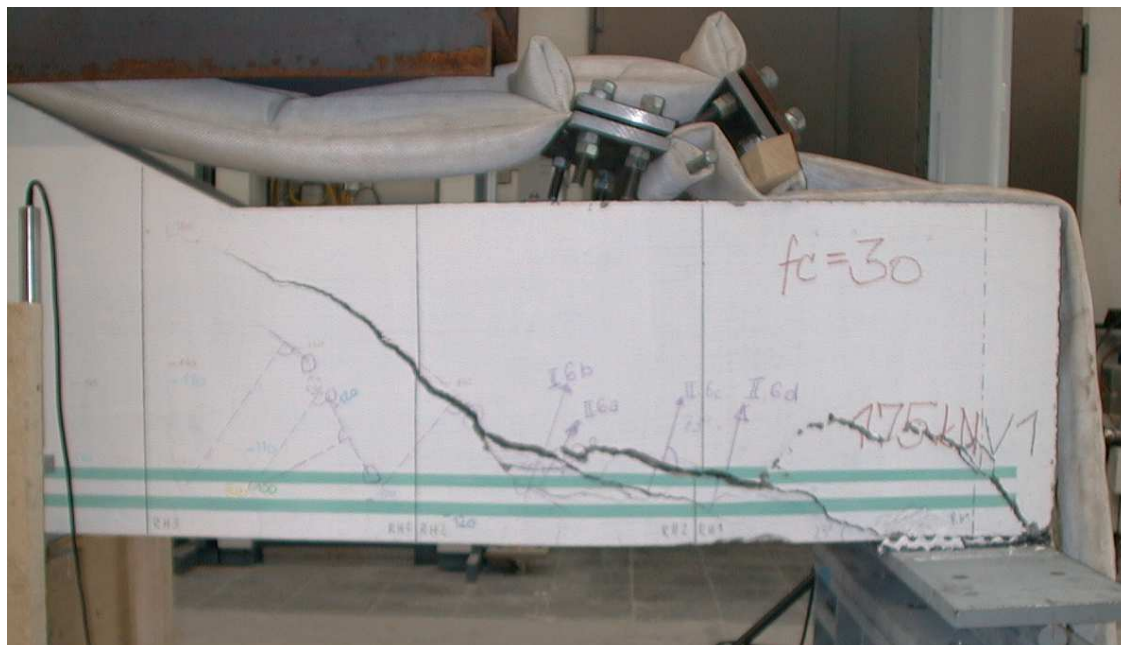


Bild 5: Verankerungsbruch nach dem Versagen im Zustand II.6

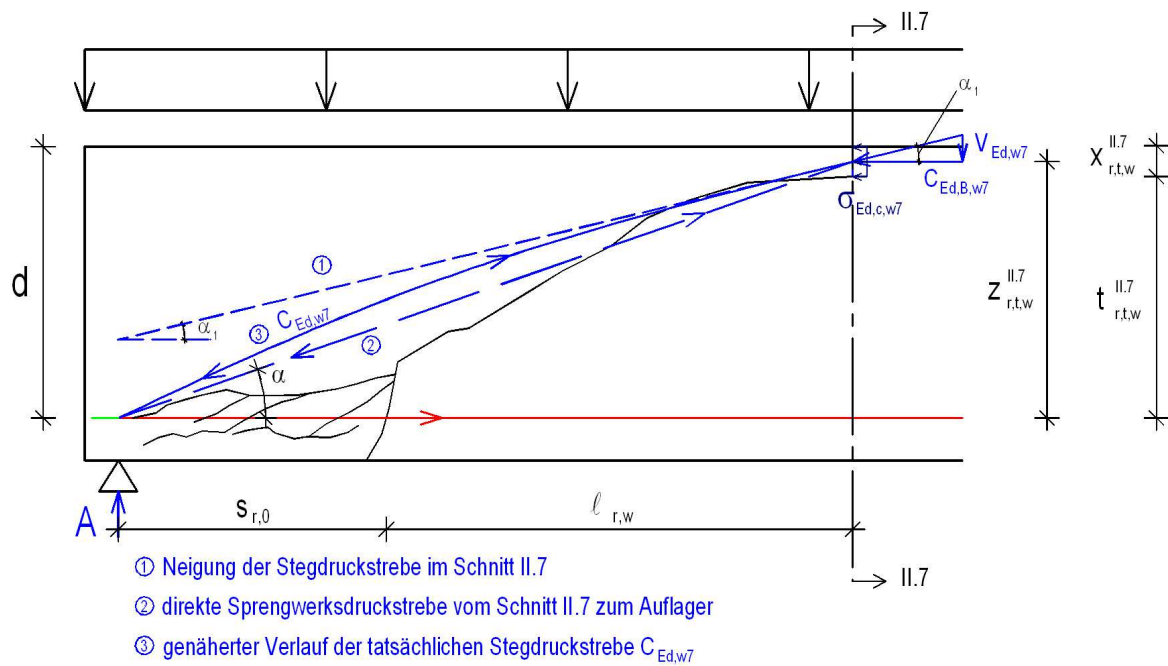


Bild 6: Angenähertes Sprengwerk im Zustand II.7

Wie im Bild 6 erkennbar, stellt die Annahme einer reinen Sprengwerksdruckstrebe bei Gleichlast nur eine Näherung dar, da die über der geneigten Druckstrebe einwirkende Auflast den Verlauf beeinflusst. Im Schnitt II.7 setzt sich die Stegdruckstrebe $C_{Ed,w7}$ aus der Querkraft an dieser Stelle $V_{Ed,w7}$ und der Biegedruckkraft $C_{Ed,B,w7}$ aus dem Moment an dieser Stelle zusammen.

$$\text{Mit } V_{Ed,w7} = (g + q)_d \cdot \left[\frac{1}{2} - (s_{r,0} + l_{r,w}) \right] \quad (14)$$

$$\text{und } C_{Ed,B,w7} = \frac{M_{Ed,w7}}{z_{r,t,w}^{II.7}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (g + q)_d \cdot (s_{r,0} + l_{r,w}) \cdot [1 - (s_{r,0} + l_{r,w})]}{z_{r,t,w}^{II.7}} \quad (15)$$

folgt für ihre Neigung:

$$\tan \alpha_1 = \frac{V_{Ed,w7}}{C_{Ed,B,w7}} = \frac{2 \cdot \left[\frac{1}{2} - (s_{r,0} + l_{r,w}) \right] \cdot z_{r,t,w}^{II.7}}{(s_{r,0} + l_{r,w}) \cdot [1 - (s_{r,0} + l_{r,w})]} \quad (16)$$

Durch Umstellung erhält man daraus:

$$\tan \alpha_1 = \frac{1 - 2 \cdot (s_{r,0} + l_{r,w})}{1 - (s_{r,0} + l_{r,w})} \cdot \frac{z_{r,t,w}^{II.7}}{(s_{r,0} + l_{r,w})} \quad (17)$$

Bei reinen Sprengwerksdruckstreben vom Schnitt II.7 zum Auflager müsste sich jedoch eine Neigung von

$$\tan \alpha = \frac{z_{r,t,w}^{II.7}}{(s_{r,0} + 1_{r,w})} \quad (18)$$

einstellen. Da der erste Term in der Glg. (17) immer kleiner als 1,0 ist, ist die Stegdruckstrebe im Schnitt II.7 immer flacher geneigt als eine direkte Sprengwerksdruckstrebe zum Auflager. Die Richtungen dieser Streben sind in *Bild 6* gestrichelt eingezeichnet. Bedingt durch die Auflast im Bereich des kritischen Stegrisses muss der Verlauf der Stegdruckstrebe also gekrümmt sein und hat im Schnitt II.7 eine Neigung entsprechend Glg. (17). Auf die Tragfähigkeit im Zustand II.7 haben die erörterten geometrischen Zusammenhänge jedoch keinen Einfluss, da lediglich die Betondruckspannungen im Schnitt II.7 maßgebend werden, für die an dieser Stelle die geringste Querschnittsfläche für die Lastabtragung zur Verfügung steht. Diese Spannungen resultieren hauptsächlich aus der randparallel verlaufenden Biegedruckkraft $C_{Ed,B,w7}$ in Folge des Moments im Schnitt II.7.

Bei Annahme einer gleichmäßig verteilten Druckspannung im Schnitt II.7 - dies scheint bei der geringen verbleibenden Druckzonenhöhe $x_{r,t,w}^{II.7}$ oberhalb des kritischen Stegrisses und der in diesem Zustand großen Betonstauchungen als zulässige Näherung vertretbar - gilt dann:

$$\sigma_{Ed,c,w7} = \frac{C_{Ed,B,w7}}{b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7}} \quad (19)$$

Genau genommen müsste hier die Druckzonenhöhe, also $b_{f,c}$, eingesetzt werden. Bei den zu Grunde liegenden Rechteckquerschnitten sind jedoch $b_{f,c}$ und b_w gleich groß. Bei profilierten Querschnitten ohne Stegbewehrung, die bislang nicht zulässig sind, muss jedoch davon ausgegangen werden, dass der Querschnitt im (dünneren) Stegbereich versagt. Dafür müssten ggf. entsprechende Zusammenhänge abgeleitet werden.

Nimmt man nun an, dass die resultierende Betondruckkraft $C_{Ed,B,w7}$ in halber Höhe der Betondruckzone angreift, folgt mit

$$C_{Ed,B,w7} = \frac{M_{Ed,w7}}{z_{r,t,w}^{II.7}} \quad (20)$$

mit $M_{Ed,w7}$ = Moment im Schnitt II.7 (s. *Bild 6*)

$$\text{und } z_{r,t,w}^{II.7} = d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \quad (21)$$

$$\sigma_{Ed,c,w7} = \frac{M_{Ed,w7}}{b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \right)} \quad (22)$$

Durch Umstellung ergibt sich daraus der Bemessungswert des aufnehmbaren Moments im Schnitt II.7 und damit - vorausgesetzt, die dafür erforderliche Biegezugbewehrung ist vorhanden und hinreichend verankert - die Tragfähigkeit im Zustand II.7 und somit die Grenztragfähigkeit auf Druck zu:

$$M_{Rd,w7} = b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \right) \cdot f_{cd} \quad (23)$$

6. Vereinfachte Ansätze für die Grenztragfähigkeit auf Druck

Um aus dem Bemessungswert des aufnehmbaren Moments im Schnitt II.7 nach Glg. (23) einen Bemessungswert für eine aufnehmbare Querkraft zu berechnen beziehungsweise das aufnehmbare Moment mit dem einwirkenden Moment vergleichen zu können, muss die Geometrie des kritischen Stegrisses bekannt sein. Leider fehlen hierzu noch entsprechende, abgesicherte Berechnungsansätze, weshalb in [1] anhand weniger dokumentierter Versuchsbalken erste vereinfachende Näherungen zur Vorherbestimmung der Geometrie der sich einstellenden Stegrisse für Einfeldträger mit Gleichlasten abgeleitet wurden. Auf Grund der nur wenigen zu Grunde liegenden Versuchsbalken können und sollen diese Vereinfachungen allerdings wirklich nur als erste Annäherung gesehen werden und stellen selbstverständlich noch keine allgemein gültigen Regeln dar.

Entsprechend den Untersuchungen in [1] wird gefolgert, dass näherungsweise angesetzt werden kann:

$$s_{r,0} \approx d \quad (24) ,$$

$$l_{r,w} \approx 2 \cdot d \quad (25)$$

$$\text{und } x_{r,t,w}^{II.7} \approx 0,1 \cdot d \quad (26) .$$

Mit Glg. (26) wird der Bemessungswert des aufnehmbaren Moments nach Glg. (23) zu:

$$M_{Rd,w7} = 0,095 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd} \quad (27) .$$

Mit den Näherungen nach den Gln. (24) und (25) gilt für Einfeldträger mit Gleichlasten:

$$M_{Ed,w7} = 3 \cdot d \cdot V_{Ed,w7,x=1,5 \cdot d} \quad (28) .$$

Damit lässt sich nun auch der Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft im Abstand $1,5 \cdot d$ vom Auflager bestimmen. Die entsprechende Gleichung lautet dann:

$$V_{Rd,w7,x=1,5 \cdot d} = 0,032 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \quad (29) .$$

Hier wird nun allerdings die Bemessungsquerkraft im Abstand $1,5 \cdot d$ vom Auflager ermittelt. Um die „übliche“ Bemessungsquerkraft im Abstand d vom Auflager zu berechnen wären weitere Rechenschritte erforderlich. Andererseits könnte für lange Träger und für Träger, die durch Auflagerlasten mehrseitig gelagerter Platten belastet werden, auch mit hinreichender Genauigkeit - und auf der sicheren Seite liegend - vereinfachend angesetzt werden

$$V_{Rd,w7,x=d} \approx V_{Rd,w7,x=1,5 \cdot d} = 0,032 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \quad (30) .$$

In dieser Gleichung ist die statische Nutzhöhe nun explizit als Proportionalitätsfaktor enthalten, was im Widerspruch zu den empirischen Erkenntnissen über die unterproportionale Abhängigkeit aufnehmbarer Querkräfte von der Nutzhöhe d zu stehen scheint. Dabei ist zunächst jedoch zu beachten, dass bei den empirisch gefundenen Grenztragfähigkeiten nicht unterschieden wurde zwischen dem Versagen auf Zug (Zustand II.6) und dem hier beschriebenen Versagen auf Druck.

Weiterhin stellen die hier getroffenen Vereinfachungen nach den Gln. (24) bis (26) erste, einfach gewählte Näherungen dar, die aus nur wenigen zur Verfügung stehenden Versuchsergebnissen abgeleitet wurden. Tatsächlich ist durchaus denkbar, dass diese Größen, gerade die verbleibende Druckzonenhöhe $x_{r,t,w}^{II.7}$, nicht einfach linear von d abhän-

gen, was selbstverständlich auch zu einer anderen Abhängigkeit von der statischen Nutzhöhe für die stark vereinfachte Glg. (30) führen würden.

7. Vergleich der Grenztragfähigkeit auf Druck mit Versuchsergebnissen

Im Weiteren werden wiederum die von *Leonhardt* und *Walther* in [2] vorgestellten Balken 11/1 bis 16/1 bezüglich ihrer Stegtragfähigkeit im Zustand II.7 untersucht. Dazu wird allerdings nicht die oben entwickelte, vereinfachte Näherungslösung herangezogen, es wird vielmehr die aufnehmbare Querkraft $V_{Rd,w7,x=d}$ im Abstand d vom Auflagerrand aus dem Bemessungsmoment $M_{Rd,w7}$ nach Glg. (23) exakt berechnet, um beim Vergleich mit der tatsächlichen Tragfähigkeit Ungenauigkeiten aus diesen Näherungen zu vermeiden.

Bei Einfeldträgern unter Gleichlast gilt:

$$M_{Ed,w7} = A_{Ed} \cdot (s_{r,0} + l_{r,w}) - \frac{(g+q)_d \cdot (s_{r,0} + l_{r,w})^2}{2} \quad (31)$$

$$\text{Mit } A_{Ed} = \frac{(g+q)_d \cdot l}{2} \quad (32)$$

folgt dann:

$$M_{Ed,w7} = \frac{1}{2} \cdot (g+q)_d \cdot (s_{r,0} + l_{r,w}) \cdot [1 - (s_{r,0} + l_{r,w})] \quad (33)$$

Eingesetzt in Glg. (23) und aufgelöst nach $(g+q)$ ergibt sich die aufnehmbare Gleichlast somit zu:

$$(g+q)_{Rd,w7} = \frac{2 \cdot b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \right)}{(s_{r,0} + l_{r,w}) \cdot [1 - (s_{r,0} + l_{r,w})]} \cdot f_{cd} \quad (34)$$

Damit folgt für die aufnehmbare Bemessungsquerkraft im Abstand d vom Auflagerrand im Zustand II.7 $V_{Rd,w7,x=d}$:

$$V_{Rd,w7,x=d} = \left(\frac{1}{2} - d - \frac{a}{2} \right) \cdot (g+q)_{Rd,w7} \\ = \left(\frac{1}{2} - d - \frac{a}{2} \right) \cdot \frac{2 \cdot b_w \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot x_{r,t,w}^{II.7} \right)}{(s_{r,0} + l_{r,w}) \cdot [1 - (s_{r,0} + l_{r,w})]} \cdot f_{cd} \quad (35)$$

In *Tabelle 3* sind die gemessenen Größen, die Ergebnisse für den Zustand II.7 nach Glg. (35) ($V_{R,w7,x=d}$) für $f_{cd} = f_{ck}$, die tatsächlichen Bruchlasten (V_u) sowie - zur besseren Vergleichsmöglichkeit - auch noch einmal die Ergebnisse für den vorausgehenden Zustand II.6 ($V_{R,ct,w6,x=d}$) bei Ansatz unterschiedlicher Betonzugfestigkeiten und unter Berücksichtigung einer Erhöhung bei den gedrunenen Balken 11/1 bis 13/1 dargestellt. Eine Erhöhung der Tragfähigkeit bei gedrunenen Balken, wie sie im Zustand II.6 möglich ist, ist im Zustand II.7 nicht zulässig, da sie die Überlagerung der Biegetragwirkung durch eine Bogentragwirkung erfasst. Im Zustand II.7 ist die Biegetragwirkung durch die Rissbildung jedoch völlig unterbunden, so dass nun die gesamte Last über die hier angesetzte Sprengwerkswirkung abgetragen werden muss und somit keine Aufteilung auf unterschiedliche Tragmechanismen mehr möglich ist. Die Seiten, auf denen die Balken letztendlich versagt haben, sind in dieser Tabelle durch Hervorhebung mit roter Farbe kenntlich gemacht.

Balken	λ / d	$S_{r,0}$ [cm]	$\lambda_{t,w}$ [cm]	$\chi_{r,t,w}$ II.7 [cm]	f_{ck} (= $0,8 \cdot \beta_w$) [MN/m ²]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei $f_{ctk;0,95}$ mit Erhöhung [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei f_{ctm} mit Erhöhung [kN]	$V_{R,ct,w6,x=d}$ bei $f_{ctk;0,05}$ mit Erhöhung [kN]	V_u Versuch [kN]	$V_{R,w7,x=d}$ [kN]
11/1 links	5,2	19,0	40,6	3,3	33,4	158,8	122,1	85,5	150,6	87,2
11/1 rechts	5,2	22,2	42,5	4,3	33,4	237,4	182,6	127,8	150,6	115,7
12/1 links	7,3	20,2	60,0	3,9	32,2	253,7	195,1	136,6	137,1	87,9
12/1 rechts	7,3	26,9	47,1	3,9	32,2	193,2	148,6	104,0	137,1	89,7
13/1 links	9,2	36,8	49,7	3,2	32,7	145,1	111,6	78,1	103,1	66,5
13/1 rechts	9,2	20,0	46,5	4,5	32,7	95,5	73,4	51,4	103,1	104,9
14/1 links	11,0	29,3	66,7	3,3	31,8	114,2	87,8	61,5	83,9	64,2
14/1 rechts	11,0	kein kritischer Stegriss								
15/1 links	14,7	27,9	83,7	2,2	33,6	105,5	81,1	56,8	80,0	39,3
15/1 rechts	14,7	kein kritischer Stegriss								
16/1 links	18,3	36,2	66,8	2,8	33,1	79,8	61,4	43,0	83,8	55,3
16/1 rechts	18,3	kein kritischer Stegriss								

Rot: Bruchseite

Tabelle 3: Rechnerische Tragfähigkeit der Balken 11/1 bis 16/1 aus [2]
in den Zuständen II.6 und II.7

Wie die *Tabelle 3* zeigt, ist die rechnerische Tragfähigkeit im Zustand II.7 überwiegend kleiner als die im Zustand II.6. Dies stellt keinen Widerspruch dar, sondern sagt vielmehr aus, dass, wie bereits beschrieben, bei diesen Balken die Tragfähigkeit im Zustand II.6 maßgebend ist. Nach Versagen des Systems im Zustand II.6 ist in solchen Fällen keine Laststeigerung mehr möglich, sondern es kommt zum sofortigen Versagen der Betondruckzone. Auf der rechten Seite des Balkens 13/1 ist die aufnehmbare Querkraft im Zustand II.7 dagegen größer als die im Zustand II.6. Dies zeigt, dass hier nicht der Zustand II.6 der für die Tragfähigkeit maßgebende Zustand ist, sondern dass die Tragfähigkeit des Tragwerks hier durch den Zustand II.7 bestimmt ist. Beim Balken 16/1 jedoch sind sowohl die für den Zustand II.6 ermittelten Tragfähigkeiten, wie auch die für den Zustand II.7 ermittelte Tragfähigkeit geringfügig kleiner als die tatsächliche Bruchlast, was bedeutet, dass der Träger nach den hier hergeleiteten Berechnungsansätzen bei einer geringeren Laststufe hätte versagen müssen. Da diese Berechnungsansätze jedoch sehr viele Näherungen enthalten, und speziell beim Balken 16/1 die gemessenen geometrischen Größen anhand der vorliegenden Unterlagen nur sehr ungenau ermittelt werden konnten, scheint auch dieses Ergebnis vertretbar, gerade in Hinblick auf eine Bemessung des Tragwerks, bei der die Berechnungsergebnisse auf der sicheren Seite liegen.

Zur Verdeutlichung sind im *Bild 7* die in der *Tabelle 3* dargestellten Ergebnisse noch einmal grafisch aufgezeigt. Die Höhe der Säulen stellt die Tragfähigkeit dar. In den drei verschiedenen Blautönen sind die rechnerischen Grenztragfähigkeiten auf Zug bei Ansatz von $f_{ctk;0,95}$, f_{ctm} bzw. $f_{ctk;0,05}$ als Betonzugfestigkeit dargestellt. Die roten Säulen stellen die tatsächliche Bruchtragfähigkeit und die grünen Säulen die rechnerischen Tragfähigkeiten im Zustand II.7, also die Grenztragfähigkeit auf Druck dar. Die Erhöhungen nach [1] für die gedruckenen Balken 11/1 bis 13/1 sind, wie in der *Tabelle 3*, für den Zustand II.6 berücksichtigt.

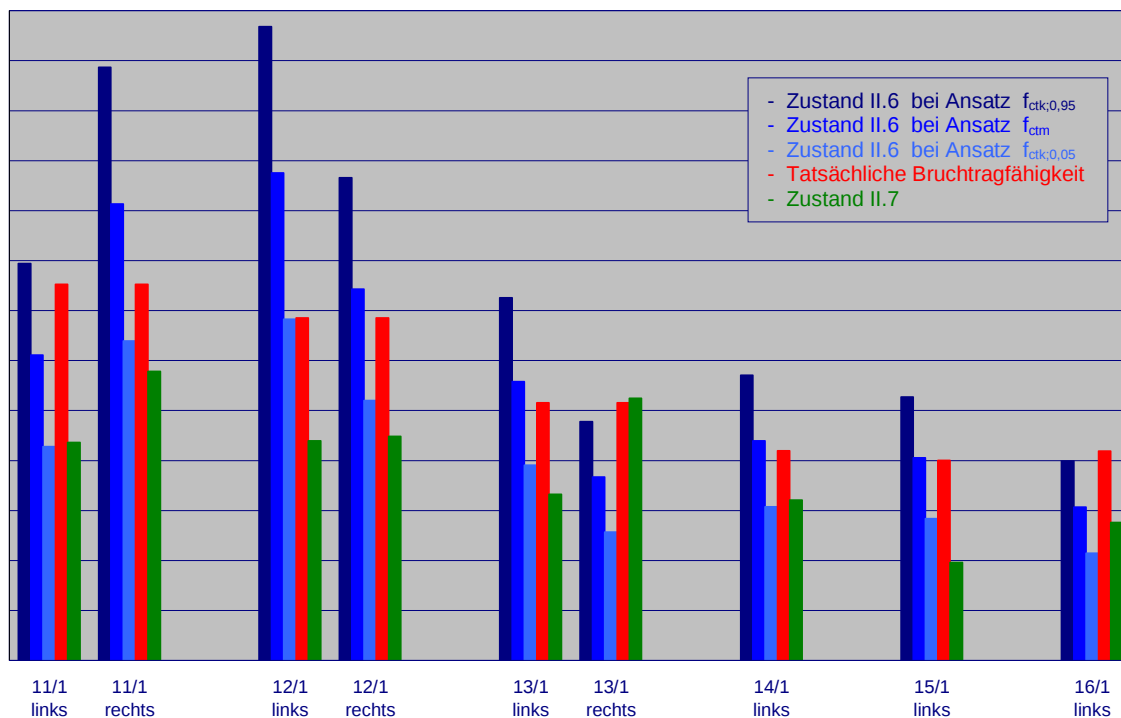


Bild 7: Grafische Darstellung der Tragfähigkeiten in den Zuständen II.6 und II.7 der Balken 11/1 bis 16/1 aus [2] mit Erhöhung für gedrungene Balken

Das *Bild 7* zeigt sehr anschaulich die unterschiedlichen Tragfähigkeitsverhältnisse auf. Bei allen Balken ist die rechnerische Tragfähigkeit in Zustand II.7, außer auf der rechten Seite des Balkens 13/1, der ja auf der linken Seite versagt hatte, immer deutlich kleiner als die Bruchtragfähigkeit. Es muss also durchweg die blau dargestellte Tragfähigkeit im Zustand II.6 maßgebend gewesen sein. Beim Balken 11/1 sieht man sehr deutlich, dass der Balken auf der linken Seite versagt haben muss. Hier ist die rot dargestellte Bruchtragfähigkeit annähernd genau so groß, wie die dunkelblau dargestellte rechnerische Tragfähigkeit im Zustand II.6 bei Ansatz von $f_{ct,k;0,95}$ als Zugfestigkeit, was zwar eher unwahrscheinlich, aber durchaus möglich ist. Auf der rechten Seite dieses Trägers sind dagegen noch ausreichend Tragreserven vorhanden. Man erkennt auch gut, dass die Bruchtragfähigkeiten auf der rechten Seite des Balkens 12/1 sowie auf den linken Seiten der Balken 13/1, 14/1 und 15/1 in etwa auf der Höhe der Tragfähigkeiten im Zustand II.6 bei Ansatz der mittleren Betonzugfestigkeit f_{ctm} liegen und hier zum Bruch geführt haben. Dagegen zeigen sich auf der linken Seite des Balkens 12/1, der ja auch auf der anderen Seite versagt hatte, im Zustand II.6 noch ausreichend Tragreserven. Der Balken 16/1 stellt, wie bereits oben beschrieben, einen Sonderfall dar.

8. Zusammenfassung

Die hier vorgestellten Tragmodelle für die Grenztragfähigkeiten auf Zug und auf Druck in Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung zeigen einen völlig neuartigen Weg der Stegbemessung auf. Es wurden Bemessungsmodelle entwickelt, die allein auf aus den Rissbildern abgeleiteten physikalischen und nicht auf empirisch ermittelten Grundlagen beruhen. Sie sind daher schlecht mit anderen Forschungsarbeiten, denen andere Ansätze zu Grunde liegen, vergleichbar.

Der Vergleich mit tatsächlichen, dokumentierten Versuchsergebnissen, hier die Versuche von *Leonhardt* und *Walther* aus [2], zeigt, dass bei hinreichend genauer Vorherbestimmung der Geometrie des kritischen Stegrisses die tatsächliche Tragfähigkeit eines Stahlbetontragwerks ohne Stegbewehrung über die vorgestellten Tragmodelle relativ wirklichkeitsnah werden kann.

Der vorgestellte Vergleich mit den Versuchsergebnissen aus [2] zeigt auch, dass in vielen Fällen die Tragfähigkeit des Systems nach dem Stegversagen auf Zug erschöpft ist. Im Rahmen möglichst einfach gestalteter Normen könnte daher bei Anwendung der hier vorgestellten Zusammenhänge darauf verzichtet werden, die in manchen Fällen gegebene Tragfähigkeitssteigerung im Zustand II.7 in Anspruch zunehmen. Somit wäre Glg. (10) ein erster Ansatzpunkt zur Bestimmung eines Bemessungsniveaus.

Es soll an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen werden, dass die hier vorgestellten Zusammenhänge ausschließlich für Biegebereiche von Tragwerken ohne Stegbewehrung, die im Allgemeinen Rechteckquerschnitte aufweisen, gelten. Weiterführende Untersuchungen, zum Beispiel zu den verschiedensten D-Bereichen, deren Tragverhalten sich von demjenigen der B-Bereiche sehr deutlich unterscheidet, sind in [1] erarbeitet worden. Entsprechende, daraus entwickelte Beiträge sind in Vorbereitung.

Literatur

- [1] Rojek, R., Bürklin, A., Romer, R. und Keller, T.: Stahlbetonanalyse 21; Teil 1: Tragverhalten ohne Stegbewehrung; Forschungsbericht des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau der Fachhochschule Augsburg, 2003. www.rr21.de.
- [2] Leonhardt, F. und Walther, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 151, Berlin 1962.
- [3] Rüschi, H., Haugli, F. R. und Mayer, H.: Schubversuche an Stahlbeton-Rechteckbalken mit gleichmäßig verteilter Belastung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 145, Berlin 1962.
- [4] DIN 1045-1, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton; Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Juli 2001.



Prof. Dr.-Ing. Richard Rojek

Professor für Massivbau

ehemals

Hochschule Augsburg
Kompetenzzentrum Konstruktiver Ingenieurbau
An der Hochschule 1, 86 161 Augsburg

E-Mail: stb@rr21.de



Dipl.-Ing. Univ. Ralph Romer

Ehemaliger wissenschaftlicher Mitarbeiter

Hochschule Augsburg
Kompetenzzentrum Konstruktiver Ingenieurbau
An der Hochschule 1, 86 161 Augsburg



Dipl.-Ing. (FH) Tobias Keller

Ehemaliger wissenschaftlicher Mitarbeiter

Hochschule Augsburg
Kompetenzzentrum Konstruktiver Ingenieurbau
An der Hochschule 1, 86 161 Augsburg